

“高等数学”教学中如何处理教材内容

陆志雯

(上海理工大学 理学院, 上海 200093)

摘要:“高等数学”课程是大学各专业的基础理论课,是学生学习后续课程的基础。如何提高课堂教学效果,培养学生创新意识、创新能力是每位高等数学老师都会遇到并关注的问题。根据多年的教学实践,从多个角度多个视角给出了在“高等数学”课程教学中,通过对教材内容的合理处理,进而得以解决这一问题,达到提升“高等数学”课程教学质量的目的。

关键词:高等数学;教材内容处理;教学质量

中图分类号: G 642.0

文献标志码: A

文章编号: 1009-895X(2016)03-0281-05

DOI: 10.13256/j.cnki.jusst.sse.2016.03.016

How to Deal with the Teaching Materials of “Advanced Mathematics”

Lu Zhiwen

(College of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: How to deal with the teaching materials for better course teaching effect is the key challenge for all the teachers and needs paying attention to. Based on her personal experiences in teaching the course of “Advanced Mathematics” for many years, the author summarizes multiple methods to deal with the teaching materials from various perspectives.

Keywords: advanced mathematics; teaching materials; teaching quality

“高等数学”课程是大学各专业的基础理论课,它在各个领域及学科中发挥着越来越重要的作用。数学不光深入到物理、化学、生物等各种传统领域,而且深入到经济、金融、信息等新型领域。它不仅是学生学习后续课程的基础,而且对培养学生创新意识、创新能力至关重要。

对于大多数学生而言,他们并不想成为数学专业技术人员,他们希望数学成为学习或研究其他学科的工具,所以如何使非数学专业的学生学好高等数学这门课程就摆在了众多高等数学教育工作者的面前。

高等数学第一学期开课,其教学效果直接影响学校的学风、校风和教风,也影响后续课程的学习,

进而影响毕业率、考研率和就业率。抓好高等数学基础课的教学质量是当务之急。

目前“高等数学”课程在实际教学过程中存在三个典型问题:

(1) 过分追求体系的完整性。这表现为:对教学内容追求完整,采用一刀切的方式;对上课学时、计划做出统一规定;教学内容一成不变,不论其对今后的学习和工作是否有益,必须按计划完成所有教学内容。

(2) 机械地照搬现代化的教学工具,多媒体教学已经广泛应用到教学过程中。

(3) 过分强调学生在学习过程中的作用,忽略教师的主观能动性。

收稿日期: 2015-09-10

作者简介: 陆志雯(1973-),女,讲师。研究方向: 计算数学。E-mail: 13501771403@139.com

要解决以上三个问题,必须提升高等数学的教学质量,处理好教材内容,使“高等数学”课程得到可持续发展。

一、从课程目的出发,把握教材,处理教材

(一) 依据大纲,明确要求

要处理好教材,必须深入研究教学大纲(或基本要求),根据大纲的精神,明确本门课程的作用、任务和要求。高等工科院校的高等数学、工程数学课有它自己的特点,不能完全按照理科的要求去讲授。近年来一谈到加强基础理论,有些教师就有一种片面的理解,认为就是要多讲理论,因而在教材处理上出现了“工”向“理”靠的情况。根据大纲的精神,在工科院校讲授“高等数学”这门课程的目的与要求如下。

(1) 掌握基本概念、基本理论、基本方法。通过这门课的学习,使学生系统地获得微积分、空间解析几何与常微分方程的基本知识,必要的基础理论和常用的基本运算方法^[1]。

(2) 培养能力。通过这门课的学习培养学生四种能力,即比较熟练的运算能力、抽象思维能力、逻辑推理能力、几何直观和空间想象能力。

(3) 学会方法。通过这门课程的学习,教会学生掌握分析问题和解决问题的思想方法和技巧,提高学生的独立思考及自学能力,进而培养学生的创新意识和创新能力。

由以上目的与要求可以看到,工科院校的高等数学应是应用数学而不是纯数学,是作为学生学习后继课程与进一步掌握科学知识的工具。因此不一定像理科那样去追求过深的数学理论,而应强调应用方面的内容^[2]。从这个角度出发,对工科院校的学生在基本运算能力的要求应高些,一些过于抽象的、比较繁琐而冗长的证明等要求可低些,或借助于几何直观来帮助理解与说明,也可在课堂上由教师指出可查阅的资料,让有兴趣的学生去查阅。

(二) 整体规划,理出主线

在明确教材处理基本要求的基础上,进一步深入钻研教材,做到熟悉教材、吃透教材、领会教材的意图,弄清教材内容的来龙去脉。备课时要对课

程做到心中有数,整体规划,抓住中心,理出整门课的主线,使前后连贯,一环扣一环,环环相扣,一气呵成。例如,因为数学是以空间形式和数量关系为研究对象,所以用“数”、“形”相结合的思想来处理微积分这部分教材,每讲清一个概念都要附以几何解释。又因为高等数学是研究变量和图形的变化,所以就要研究变量之间的关系,从而引出函数概念、寻求函数关系(如果所寻求的函数关系要通过导数及微分的关系式,从而就引出了微分方程);研究变量的变化趋势,从而引出极限、连续、导数等概念;研究连续分布不均匀量的求和问题,从而引出定积分概念等等。

理出了主线,才能做到向学生阐明本课程的基本思想、逻辑推理的方法,才能在教材处理上体现出系统性、连贯性、科学性、逻辑性与直观性。

不仅对整门课程要整体规划、抓住中心、理出主线,而且对每章内容、乃至每次课也应这样做。只有每一次课都能这样去处理教材,才能真正实现上述三个目的与要求,才能把课讲生动讲精彩。

(三) 突出重点,兼顾一般

在抓住中心、理出主线的基础上,再确定整门课程、每章内容、每次课的重点、难点和关键问题。什么是重点?重点就是上面讲到的“三基”,即基本概念、基本理论、基本方法,换句话说重点就是课程的基本知识。什么是难点?所谓难点就是学生理解起来比较抽象,运算推导需要的理论知识比较深奥或比较繁琐。什么是关键问题?所谓关键问题就是解决了这个问题,其它就迎刃而解的问题。

在处理教材时,对于重点内容要充分加以重视,想方设法使学生理解透彻,而且要在不同的地方通过各种途径反复强调,使学生予以足够的重视,并切实掌握好。对于难点内容一定要想办法突破它,使抽象问题具体化,理论问题形象化,复杂问题简单化,做到由易到难,使学生容易接受。对于关键问题一定要紧紧抓住不放,千方百计使学生理解它,并通过关键问题的解剖提高学生分析问题与解决问题的能力。

在明确了重点、难点、关键问题后,在教材的取舍上应有所侧重,切不可平均使用力量,要把主要内容放在重点、难点、关键问题上,同时要兼顾到一般。

（四）抓住规律，举一反三

在具体处理教材时，往往会遇到多、繁、杂等现象，这是由高等数学的“三性”（即高度的抽象性、逻辑的严密性、体系的完备性）所决定的，反映出来的是概念多、定理及证明多，总的来说就是内容多、运算繁杂。这时就要设法将多化少、将繁（杂）化简，从中抓住规律，抓住联系，教会学生举一反三、触类旁通。例如微积分学中概念比较多，有函数、极限、连续、导数、微分、积分等，不仅要一一弄清这些概念的实质，而且还要弄清楚这些概念之间的关系。通过研究分析，将会看到函数的连续性、可微性、定积分等概念，而这些概念又都是用极限概念来表达的，因此必须抓住极限概念，一定要将它学透彻。又如空间解析几何中建立平面方程有好几种，除点法式及截距式外，很多题目都可以归纳为用三矢共面的方法来建立平面方程，它适用于过一点、二矢；过两点、一矢；过三点^[3-4]。多年的教学实践证明，这样处理教材，让学生学会用三矢共面法建立平面方程，是教会他们举一反三的好方法。再如在复合函数的导数运算中，由于运算复杂，初学者容易“丢尾巴”（即丢掉一部分），这时就要掌握复合求导的规律，为了掌握其规律，就要注意分析复合函数的结构，学会复合函数的分解。

（五）联系实际，加强直观

这里所讲的联系实际指的是两方面：一是在教材内容处理方面，应尽可能把理论与实例相联系；二是在教材内容处理方面还应与所教学生的实际情况相联系。例如在处理有关基本概念方面的教材内容时，就应从若干实例来着手，分析归纳其共同点，加工抽象为理论，给出完整的定义，并付以几何解释。以直观实例为背景，学生对这些概念就好理解，感到不那么抽象；付以几何解释，学生对这些概念就好接受，感到比较亲切。如微分概念利用“正方形边长由 x 增至 $x + \Delta x$ ，其面积近似增加多少”的实例引进，对于哪块图形面积是主要部分，用它来近似代替，哪块图形面积是略去的高阶无穷小，这样处理教材，学生感到很形象，很好理解。对有关基本理论，既要给予严格的逻辑论证，又要尽可能给予实际意义的说明与几何解释，如罗尔定理、拉格朗日定理就可这样去处理。教材处理还应联系学生的实际情况。能否处理好教材并讲好课，

这与对学生实际的了解程度有很大关系。如果脱离实际，那么在教材处理上、讲课上就会碰钉子、走弯路。如现在的学生已具有初步的微分学知识，在处理教材时，微分的基本运算内容就可以从简，而对基本概念与基本理论方面的内容应该加强，因为后者内容学生在中学里学得比较少，且理解得不深刻。

二、从学生实际出发，合理处理教材

（一）深入浅出，通俗易懂

在对教材处理时，应该力求把比较深的理论尽量用浅显的道理、简单方法讲清楚，而有些教师认为讲得越深越好，这样才能突显自己的业务水平高，如果讲得浅，怕别人认为没水平。笔者认为这种观点会阻碍教师更深入地去钻研教材及在处理教材上下功夫。事实上，能够真正做到把课讲得深入浅出、通俗易懂，这正说明教师是已经吃透了教材，完全熟悉了教材，教材处理达到了得心应手的地步。

为了做到这一点，可以用些通俗易懂的比喻。如求平行截面面积为已知的立体体积、求二重积分，可用切番薯片为例形象地去处理。又如在空间直角坐标系里已知坐标描出点的位置，先讲书本上用对角线方法（以三个坐标为边长作长方体，一个顶点在坐标原点，由坐标原点作对角线），还可利用长方体三棱组成的折线（像唱歌指挥打拍子一样）去处理就形象得多。利用这种方法还可以处理矢径坐标这部分教学内容，再利用自由矢、等矢去处理矢量坐标等。这样既直观形象、通俗易懂，又前后连贯。在用比喻时切忌毫无意义、庸俗，那样会适得其反。因此在处理教材时，就要考虑好用什么比喻，不能等到讲课时再随便乱举例、信口开河。比喻如果运用得当，可起到事半功倍的效果。

（二）组织新颖，培养兴趣

这个提法说的是在内容的组织上应力求新颖，以便到讲课时能吸引同学的注意力，集中精力听好课，培养他们的学习兴趣。有些教师认为这条原则对大学生来说不一定适用，其实并不然，如果不注意这条原则，就会使学生对这门课的学习不感兴趣。笔者曾多次听一些同学说：“听某某老师讲课很有劲，我们有兴趣去学”、“某某老师讲课一句也听不进，光想打瞌睡”等等。固然这些学生所

讲的意见不一定那么客观,但说明培养学习兴趣的重要。

既然要培养学生的学习兴趣,那么对于高等数学这门课来说,有现成的教学大纲(或基本要求)与教材,怎样做才算是组织新颖呢?能有科学上和生活中的新事物、新例题固然好,但关键还在于能用比较新颖的方法去组织好每章节、每堂课的教学内容。可以从以下几方面着手:1)考虑这章节、这堂课的目的与要求,根据这些目的与要求,尽量把每章节、每堂课的教学内容精选成一个整体,做到纲目清楚、条理清晰、层次分明、利于启发。明确这堂课解决哪些问题,怎样解决,有没有别的方法与途径,得到哪些结论与公式,等等。2)考虑教材的每章节、每堂课如何开头,从教育心理学角度来分析,“绝妙的开场白”对一章节、一堂课将产生巨大的影响。3)考虑如何结尾,结尾时要画龙点睛、突出主题,有时还可再提出一些问题,且听下回分解。

(三) 面向全体,因材施教

面向全体,因材施教是处理教材的一个非常重要的原则,也是高等数学教学工作的基本出发点。在处理教材时,要从大多数学生的知识基础、智力水平的状况去考虑,设法将这些知识变成大多数学生能理解和接收的东西。在钻研教材时,必须站在大多数初学者的角度上去考虑,这个问题学生会怎样想?那个问题会怎样思考?只有这样去处理教材才更适合同学的口味。

在谈到面向全体时,有些教师认为这与严格要求相矛盾。其实不然,因为严格要求是建立在大多数学生基础上的。如果在教材处理、教学要求上离开了面向大多数这个前提,只考虑严格要求,是很难达到预期的目的。在处理教材时要照顾到两头:一头是学得好的,一头是学得差的。如果对两头考虑不周,学生听课时,好的就会感到吃不饱,学起来没劲,差的感到消化不了,学起来很吃力。一般说来,教材应处理成使大多数学生能听懂,有兴趣听,收获大。使成绩好的听课后感到有收获,成绩差的基本上也能听清楚、听懂。

(四) 适当加深,发展思维能力

现在入学的学生基础知识一般来说比过去要好些,所以在教材处理上可以把要求与标准提高些、加深些。一是从内容方面加深,二是从理解上加

深。例如在空间解析几何中,除了讲点到平面的距离外,可增加点到空间直线的距离、两条异面直线的距离,这是从内容方面加深^[5];对于这些距离不仅用求交点的方法去处理,而且用矢量运算的方法去处理,这是从理解方面加深。

加深的目的是为了发展学生的思维能力,让学生积极进行思考,在创新意识方面有所培养。所谓适当加深,就是说不能脱离学生实际,把教材搞得越难越好,也不是为加深而加深,否则就会出现学生负担过重,难以理解和消化的局面,这样不仅达不到培养学生创新意识的目的,而且还会造成学生囫囵吞枣、死记硬背。

(五) 允许跳跃,留有余地

在对教材的处理上,过去强调循序渐进,这显然是正确的。但过去强调得似乎过分了一些,出现了多次单调重复的现象。现在的学生接受能力比较强,经过一次讲解后基本上就可以听懂,因此在循序渐进的原则下,对有些大体上有类似性质的内容讲授的进度可以加快。所谓加快,一是对于主要的内容可以少重复几次,二是允许“跳跃”,以高带低,留有余地,让学生自己去钻研。在教材处理上如果反复过多,咀嚼过细,学生听了反而不耐烦,影响到听课情绪。

但要注意,加快必须适当。加快进度不等于开快车、赶进度,也不是说一次课讲得越多越好,而是在讲清基本概念、基本理论、基本方法的基础上适当加快,合理地以高带低。如果讲得过快,反而可能出现“欲速则不达”的情况。大家都有这样的体会,回过头来“炒冷饭”,其教学效果是不会很好的,从教育心理学角度去分析,就是没有充分发挥“第一次感知”的效果。

三、不断总结,大胆创新

大学生在大学学习阶段,不仅要学到新的知识,更重要的是学会掌握知识的方法,因为学过的知识有些总是会遗忘的,但是方法掌握了,能力提高了,他们自己就有本领去学习更多的新知识、掌握更多的新方法。基于这个思想,在教材处理时要敢于创新,要有自己的独到之处,向同学阐明自己的思路与解决问题的方法。为此,就要想些办法来达到这个目的。

(一) 启迪共鸣

启发学生的思维,吸引住同学使其与教师产生共鸣。例如在处理二重积分教材时,抓住计算的关键在于定出积分的上、下限。欲定出上、下限,其关键又在于画出区域D的图形,用联立不等式表示区域D。具体解题时先用两条平行y轴(或x轴)的直线穿过区域的左、右(或上、下)两边,写出不等式 $a \leq x \leq b$ (或 $c \leq y \leq d$),再用一条红线从下向上(或从左向右)穿过区域,并扫遍整个区域,写出不等式 $y_1(x) \leq y \leq y_2(x)$ (或 $x_1(y) \leq x \leq x_2(y)$)。若遇到上、下(或左、右)曲线方程所对应的函数不能用一个初等函数表示时,就需要分几个区域。这样处理教材,一层一层地分析,启发引导,同学的思维容易引起共鸣。“拿一条红线穿过去,扫遍整个区域”比起书本上的处理要形象而生动的多,书上是讲当平行于坐标轴的直线与边界曲线的交点多于两个时就要分区域,这个结论是对的,但用于解题就不方便。

(二) 运用类比

在“高等数学”课程的教学中采用类比法与对比法去处理教材,对提高同学的认知能力和创新意识培养,可取得很好的效果。所谓类比法就是在学生已经掌握原有知识的基础上,通过类比的方法引出新知识;所谓对比法就是在进行类比时,将新旧知识进行对比。也就是说,类比法是利用原有知识引出新知识,研究新旧知识之间的相同之处;对比法就是要进一步分析新旧知识之间相异之处。在“高等数学”课程的教学中用这个方法去处理教材的地方很多,如多元函数与一元函数进行类比与对

比,积分法则与微分法则进行类比与对比,向量运算与数量运算进行类比与对比,三重积分与二重积分计算方法进行类比与对比等等。

(三) 深入探究

深入探究就是用发现法(即探究法)去处理教材,所谓发现法就是让学生利用教师提供的材料(如给出若干数据、若干题目等),由学生亲自动手、动脑去想,进行分析研究,从而得出新的结论或获取新的知识。这样让学生完全处于主动的地位,进一步培养他们的创新能力。

总之,教材是学生学习“高等数学”这门课程的重要依据。上好每一堂课是一门艺术,只要对教材的相关内容通过上述的几个方面作恰如其分的处理,使教材内容回归自然,焕发出其固有的文化活力,那么通过这文化与艺术的绝妙融合,学生就一定能体会到教材中浓郁的文化气息,产生浓厚的学习兴趣,从而提升高等数学课程的教学质量。

参考文献:

- [1] 王福楹,王福保,蔡森甫,等. 高等数学[M]. 第五版. 北京:高等教育出版社,2007.
- [2] 杨宏林,丁占文,田立新. 关于高等数学课程教学改革的几点思考[J]. 数学教育学报,2004,13(2):74-76.
- [3] 王明礼,丁占文,田立新. 数学试验在大学数学教学中的应用[J]. 高等数学研究,2009,12(3):26-28.
- [4] 丛玉豪. 大学数学教程[M]. 北京:科学出版社,2005.
- [5] 郭敬明,韩云瑞,章栋恩. 美国微积分教材精粹选编[M]. 北京:高等教育出版社,2012.

(编辑: 巩红晓)